

8.6 CALCOLO DI STRUTTURE SOGGETTE A SCORRIMENTO VISCOSO

Si distinguono due casi: se la struttura è isostatica (per esempio una struttura reticolare) non vi sono differenze rispetto al calcolo statico, in quanto la distribuzione delle tensioni non è influenzata dalla deformazione; si calcolano quindi le tensioni punto per punto e poi le deformazioni, che risultano ovviamente variabili nel tempo. Una applicazione notevole si ha nel caso delle palette per turbine, che possono essere considerate mensole incastrate.

Se la struttura è iperstatica occorre calcolare la distribuzione delle tensioni tenendo conto della presenza del creep. Si applica in questo caso la legge di Bayley i cui coefficienti per fortuna non dipendono dal tempo. Calcolata quindi la tensione punto per punto si calcolano le relative deformazioni che sono variabili nel tempo.

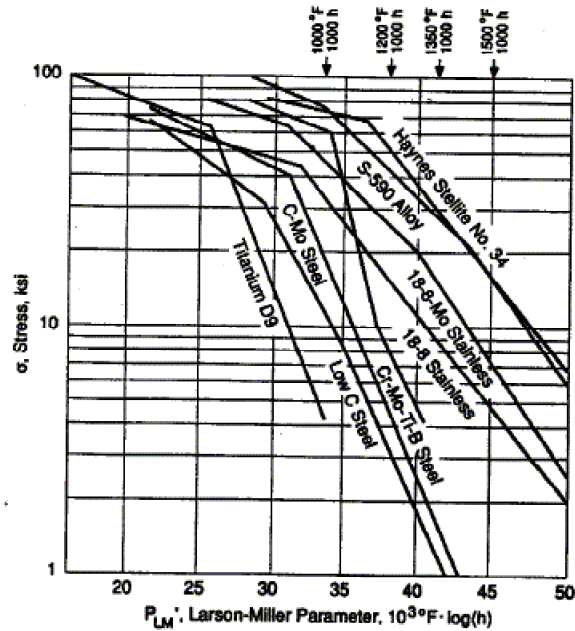


Figura 36: Parametro di Larson-Miller per diversi metalli. Da Dowling, 1993. Adattato da Larson, F.R. and Miller, J., 1952, "A Time-Temperature Relationship for Rupture and Creep Stresses, *Trans. of the Am. Soc. of Mechanical Engineers*, 74, 765-771

Esempio: sia data la semplice struttura della figura 38, a sinistra. Si fa l'ipotesi cruciale che la deformazione da scorrimento viscoso sia prevalente rispetto a quelle elastiche e plastiche, che quindi si trascurano. L'asta 1 è soggetta ad una tensione σ_1 , per la quale si allunga della quantità

$$\epsilon_1 = \int \dot{\epsilon} dt = B\sigma_1^n t$$

Allo stesso modo le aste 2 si allungano di

$$\epsilon_2 = B\sigma_2^n t.$$

Per la congruenza deve essere (vedi fig. 38, a destra)

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 \cos \theta \tag{1}$$

inoltre (vedi la fig. 38, a destra)

$$l_2 = l_1 / \cos \theta. \tag{2}$$

Dividendo la (1) e la (2) (si suppone che le deformazioni rimangano comunque piccole) si ha

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 \cos^2 \theta. \tag{3}$$

Applicando la (3) si ha

$$\begin{aligned} \sigma_2^n &= \sigma_1^n \cos^2 \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_1 (\cos \theta)^{2/n} \end{aligned}$$

facendo uso della relazione di equilibrio

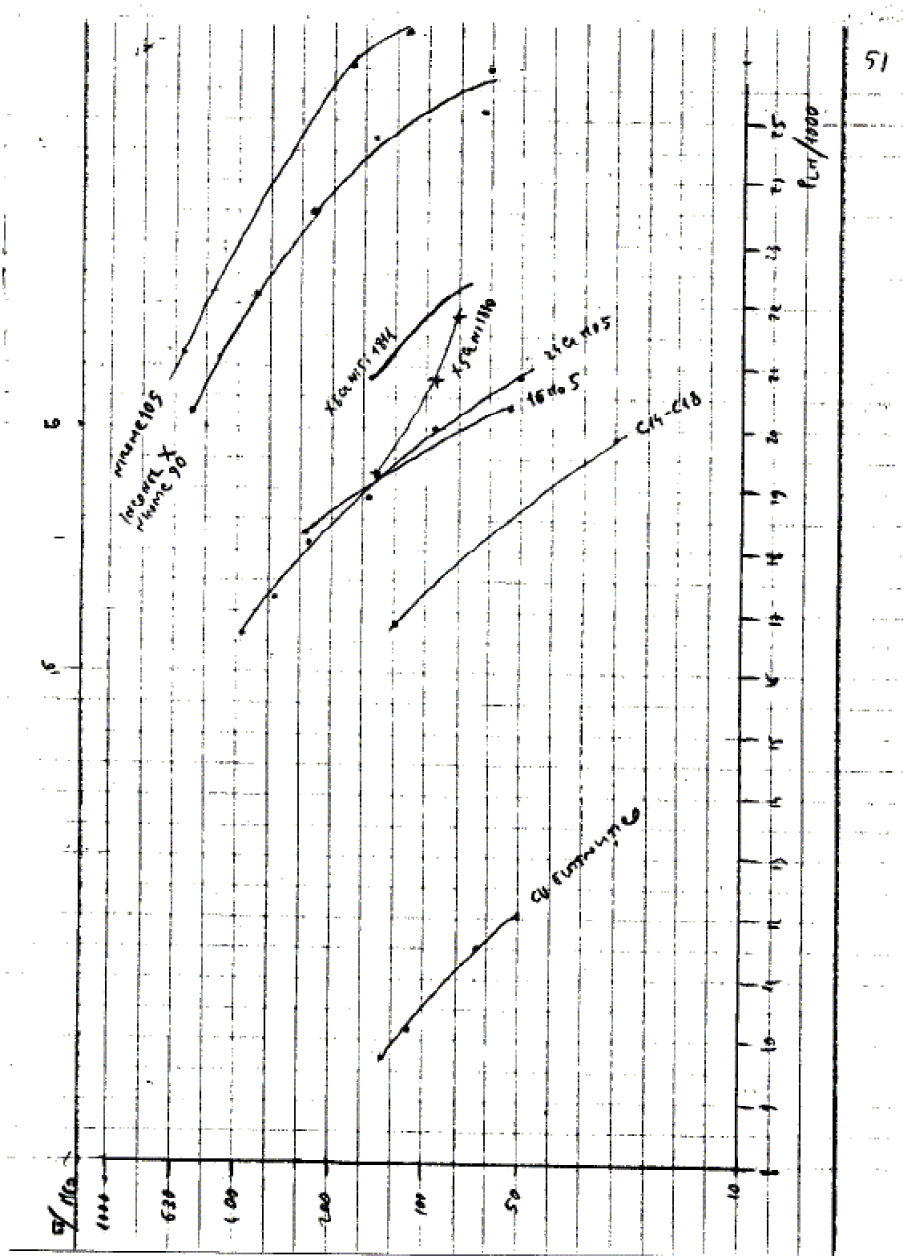


Figura 37: Tensione di rottura per creep in funzione del parametro di Larson-Miller per diversi metalli

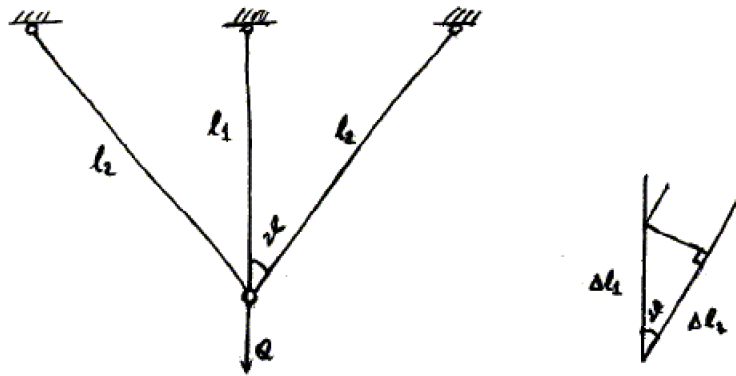


Figura 38: Esempio di struttura iperstatica soggetta a creep (a sinistra) e relazione di congruenza per l'abbassamento della sua cerniera (a destra).

$$\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 \cos \theta = Q$$

in cui A_2 indica la *somma* delle aree delle aste 2, si ha

$$\sigma_1 = \frac{Q}{A_1} \frac{1}{1 + \frac{A_2}{A_1} (\cos \theta)^{2/n}}$$

Per confronto si studiano i casi elastico e plastico. Nel caso elastico

$$\sigma_1 = E \epsilon_1$$

$$\sigma_2 = E \epsilon_2$$

da cui, facendo intervenire la relazione di congruenza (3)

$$\sigma_2 = \sigma_1 \cos^2 \theta.$$

sostituendo nell'equazione di equilibrio

$$\sigma_1 = \frac{Q}{A_1} \frac{1}{1 + \frac{A_2}{A_1} (\cos \theta)^3}$$

In questo caso l'asta 1 è chiamata in causa più fortemente che nel caso del creep. Osservando che nel caso elastico l'asta più sollecitata è la 1, non è difficile capire che in essa si avrà per prima lo snervamento. Immaginando un comportamento idealmente plastico ($\sigma = \sigma_s$ sempre, dopo lo snervamento) si ha

$$\sigma_1 = \sigma_s$$

e, applicando la relazione di equilibrio

$$Q = \sigma_s A_1 + \sigma_2 A_2 \cos \theta$$

si ha

$$\sigma_2 = \frac{Q - \sigma_s A_1}{A_2 \cos \theta}$$

purché risulti

$$\sigma_2 \leq \sigma_s.$$