5.6 Piastra di larghezza finita con intagli laterali generici, in trazione

Nel caso della piastra tesa con due intagli laterali simmetrici ad U o a V, si può usare approssimativamente la soluzione per il foro ellittico avente lo stesso rapporto a/r, quindi

$$K_{tn} = \left(1 - \frac{a}{w}\right)\left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}}\right)$$

Questa formula vale comunque solo per piccoli valori di a/w. Per alti valori di questo rapporto vale la soluzione di Neuber con lo stesso valore di r/t, dove t è la semilarghezza nella sezione ristretta.

Per valori intermedi del rapporto a/w si calcolano il K_{th} relativo al caso iperbolico con lo stesso valore di r/d e il K_{te} relativo al caso ellittico con lo stesso valore di a/r e poi si ottiene un valore approssimato di K_t con la formula di interpolazione (anch'essa dovuta a Neuber)

$$K_t = 1 + \sqrt{\frac{(K_{th} - 1)^2 (K_{te} - 1)^2}{(K_{th} - 1)^2 + (K_{te} - 1)^2}}$$

I dati risultanti dalla formula sono alquanto minori del vero; sono riportati nella tabella allegata insieme ai valori di altre formule di interpolazione.

Un'altra formula è quella di Heywood

$$K_{tn} = 1 + \left[\frac{t/r}{1.55(w/d) - 1.3}\right]^n$$

dove

$$n = \frac{w/d - 1 + 0.5\sqrt{a/r}}{w/d - 1 + \sqrt{a/r}}$$

dove $d = 2t$ è la larghezza della zona ristretta.

Nella presentazione dei dati conviene riportare K_t in ordinate e $\sqrt{a/r}$ in ascisse. Questa rappresentazione ha il vantaggio che per valori grandi delle ascisse le linee del diagramma tendono a rette la cui pendenza è

$$\lim_{\sqrt{a/r} \to \infty} \frac{dK_t}{d\sqrt{a/r}} = \frac{2K_I}{\sigma_n \sqrt{\pi a}}$$

in cui K_I è il fattore di intensità delle tensioni e σ_n è la tensione sulla sezione netta.

Questa preziosa formula consente di sfruttare per il calcolo della K_t le formule per il K_I e viceversa.

Per esempio, nel caso della piastra con intagli laterali, se questi sono acuti in modo da dare luogo a due cricche contrapposte, si ha

$$K_I = F_1 \sigma_g \sqrt{\pi a} = F_1 \sigma_n \frac{d}{w} \sqrt{\pi a}$$

essendo F_1 un fattore di forma che tiene conto della larghezza finita della piastra. Per la determinazione di F_1 vi sono varie espressioni tra cui quella di Nisitani (1975)

$$F_1 = 1.122 - 0.154\left(\frac{2a}{w}\right) + 0.807\left(\frac{2a}{w}\right)^2 - 1.894\left(\frac{2a}{w}\right)^3 + 2.494\left(\frac{2a}{w}\right)^4$$

valida per $2a/w \leq 0.8$ e quella di Benthem e Koiter (1972)

$$F_1 = \left(1 + 0.122\cos^2\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right)\sqrt{\frac{\tan\left(\pi\alpha/2\right)}{\left(\pi\alpha/2\right)}}$$

in cui $\alpha = 2a/w$. La formula di Nisitani fornisce valori sistematicamente più bassi di quelli di Benthem e Koiter; una formula che dà valori intermedi è quella di Tada, Paris e Irwin (1973);

$$F_1 = \frac{1.122 - 1.122\left(a/w\right) - 0.82\left(a/w\right)^2 + 3.768\left(a/w\right)^3 - 3.04\left(a/w\right)^4}{\sqrt{1 - 2a/w}}$$

probabilmente la realtà è intermedia tra questa formula e quella di Nisitani.

A questi ragionamenti si riconduce la formula di interpolazione di Barrata e Neal

$$K_{tn} = \left(0.780 + 2.243\sqrt{\frac{a}{r}}\right)\left[0.993 + 0.180\left(\frac{2a}{w}\right) - 1.060\left(\frac{2a}{w}\right)^2 + 1.710\left(\frac{2a}{w}\right)^3\right]\left(1 - \frac{2a}{w}\right)$$

che si può anche scrivere

$$K_t = \left(0.78 + 2.243\sqrt{\frac{a}{r}}\right)\frac{d}{w}F_2$$

ossia

$$\lim_{\sqrt{a/r}\to\infty} \frac{dK_t}{d\sqrt{a/r}} = 2.243\frac{d}{w}F_2$$

essendo

$$F_2 = 0.993 + 0.180\left(\frac{2a}{w}\right) + ...$$

A conti fatti risulta $2.243F_2 = 2F_1$ (nel campo di validità della formula si può adottare una qualsiasi espressione di F_1) e questo rafforza la validità della formula di Barrata e Neal, che va bene per valori intermedi di d/w (per i valori più alti è preferibile la formula dell'ellisse).

Allo stessa linea di pensiero si riallaccia la formula di Shin

$$K_t = 1 + 2F_1\sqrt{\frac{a}{r}}$$

dove come al solito è abbastanza arbitraria la scelta dell'una o dell'altra espressione per F_1.

La formula di Barrata e Neal dà, però, dei valori di K_t anche inferiori ad 1 per bassi valori di $2a/W$. Per evitare questo inconveniente si può pensare ad una formula che abbia gli stessi pregi, ma che tenda ad 1 al tendere di $2a/W$ a zero.

Una tale formula può essere la seguente (Giudice):

$$K_t = \frac{F_1}{1.122}\left(1 + 2.243\sqrt{\frac{a}{r}} + 0.17\log(0.05 + 10^{-1.429\sqrt{a/r}})\right)\left(1 - \frac{2a}{w}\right)$$

in cui la parte logaritmica serve appunto ad assicurare il raccordo tra il comportamento di K_t costante a basso $\sqrt{a/r}$ e quello proporzionale a $\sqrt{a/r}$. Ad alti valori di $2a/w$ questa formula dà valori troppo bassi di K_t, inferiori a quelli della formula di Neuber per intagli iperbolici, alla quale conviene dunque passare.