4.4 Proprietà e significato fisico della matrice K.

La matrice $\mathbf{K}$ è simmetrica, data la simmetria della matrice $\mathbf{D}$. Infatti la sua trasposta si scrive

$$\mathbf{K}^T = \sum_e \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^T \mathbf{B} dV,$$

e tale espressione, per la (3) e per la simmetria di $\mathbf{D}$ è evidentemente uguale a $\mathbf{K}$.

Per quanto riguarda il suo significato fisico, si ricordi che

$$\frac{1}{2}\mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q}$$

è il lavoro delle forze interne, quindi si può interpretare $\mathbf{Kq}$ come la forza interna che postmoltiplicata per $\mathbf{q}^T$ restituisce il lavoro, salvo il fattore $1/2$ dovuto al teorema di Clapeyron.

Ora, un elemento del vettore $\mathbf{Kq}$ è dato da

$$K_{i1}q_1 + K_{i2}q_2 + \cdots + Ki, 3nq_{3n}$$

Tale elemento produce lavoro per effetto dello spostamento q_i, quindi si interpreta come la forza interna "corrispondente" al grado di libertà i-esimo; ed in definitiva K_{ij} è la forza interna che agisce sul grado di libertà i-esimo per effetto dello spostamento unitario $q_j = 1$ essendo stati fissati a zero tutti gli altri spostementi degli altri gradi di libertà.

O ancora, K_{ij} è il lavoro mutuo che si ha per uno spostemento unitario del grado di libertà i-esimo e del grado di libertà j-esimo.