

19.3 PROFILI DEI DENTI

I profili dei denti sono *coniugati*, cioè:

- le tangenti ai profili nel punto di contatto devono coincidere; per conseguenza coincidono anche le normali;
- la comune normale deve passare per il centro di istantanea rotazione.

In questo modo la velocità relativa dei profili risulta puramente tangenziale (strisciamento), e non ha componente normale (tendenza al distacco o all'urto). Lo strisciamento risulta proporzionale alla distanza tra punto di contatto e centro di istantanea rotazione; non può essere del tutto annullato,

ma può essere ridotto al minimo facendo in modo che il contatto avvenga sempre nei pressi del centro di istantanea rotazione. In pratica ciò si ottiene riducendo l'altezza dei denti, e quindi aumentandone il numero, compatibilmente con la loro resistenza.

Le due forme usuali dei profili sono:

- profilo cicloidale
- profilo ad evolvente.

Una coppia di profili coniugati si ottiene geometricamente facendo rotolare senza strisciamento una curva ausiliaria detta *rulletta* una volta su una superficie primitiva (all'esterno) e una volta sull'altra (all'interno). Si hanno così le sporgenze della prima ruota e le rientranze della seconda; lo stesso procedimento, con posizioni invertite della rulletta si userà per determinare le rientranze della prima ruota e le sporgenze della seconda.

Nel profilo cicloidale la rulletta è una circonferenza; nel profilo ad evolvente la rulletta è una retta; in quest'ultimo caso la rulletta rotola non sulla primitiva ma su una retta ausiliaria, interna alla primitiva, detta *circonferenza di base*.

19.3.1 PROFILO CICLOIDALE

Determinazione dei profili Siano m_1 ed m_2 le due primitive: assumiamo una circonferenza e come curva rotolante, cioè come ipociclo (per la m_1) e come epiciclo (per la m_2) (fig. 122).

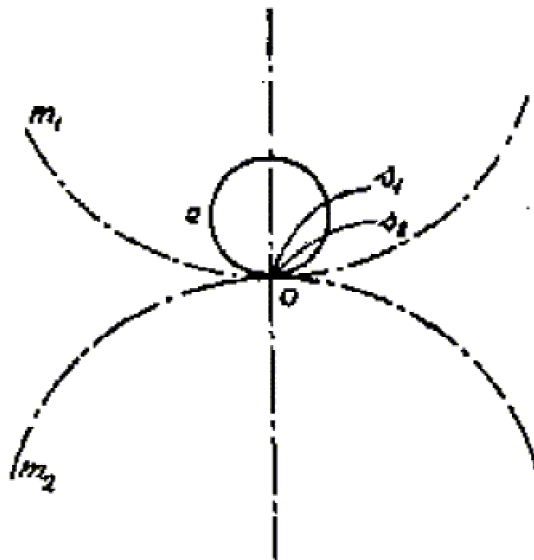


Figura 122: Profili cicloidali: determinazione dei profili

Per quanto è stato dimostrato le due rullette s e s (ipocicloide ed epicicloide) di un suo punto (per es. Del punto O) quando questa circonferenza ruota rispettivamente sulla m e sulla m costituiscono due profili coniugati dei quali potremo utilizzare due archi per profilare due denti coniugati. Ma così facendo non potremmo ottenere che denti tutti sporgenti dalla superficie primitiva per la ruota m_2 , e tutti incavati dentro la superficie primitiva per la ruota m_1 , mentre conviene che i denti siano in parte sporgenti ed in parte incavati perché si discostino il meno possibile dalla superficie primitiva essendo lo strisciamento dei profili tanto minore quanto meno essi si allontanano dalla

primitiva. Per completare i denti assumeremo perciò un'altra circonferenza i (fig. 123) simmetrica della precedente rispetto ad O come epiciclo (per la m) e come ipociclo (per la m): le traiettorie s ed s' di un suo punto (per es. del punto O) quando questa circonferenza i rotola rispettivamente sulla m_1 e sulla m_2 costituiscono due profili coniugati ed anche di essi potremo utilizzare due archi per completare i profili dei denti che quindi risultano completi di costa e di fianco.

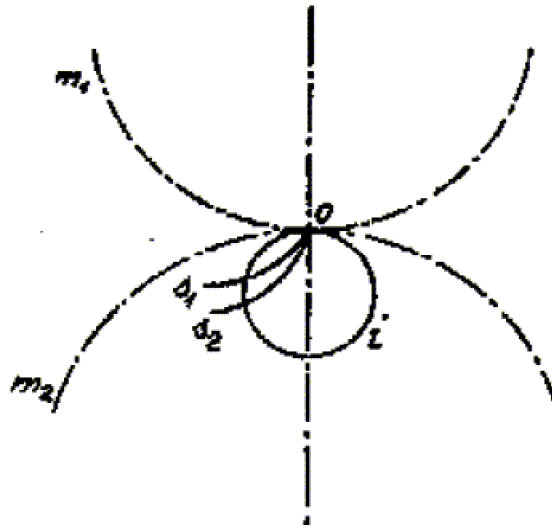


Figura 123: Profili cicloidali: determinazione dei profili

Gli archi di ipo- ed epicicloide che utilizzeremo per il profilo dei denti saranno per ciascuna ruota limitati dal cerchio di base e dal cerchio di testa (fig. 124). I profili dei denti così ottenuti presentano in corrispondenza della primitiva un punto di flesso che costituisce una caratteristica del profilo cicloidale dal quale generalmente esso si può riconoscere sulle ruote già costruite.

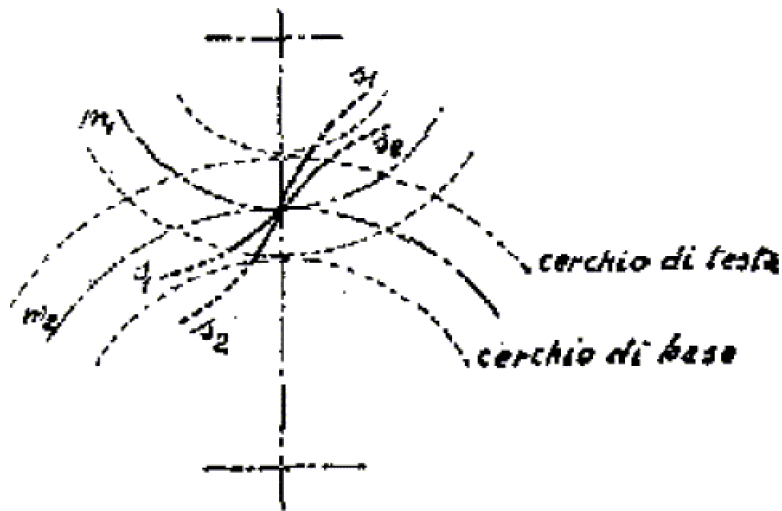


Figura 124: Profili cicloidali

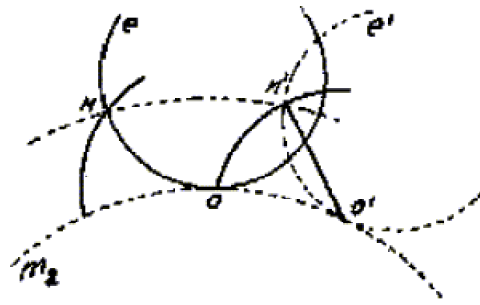


Figura 125: Linea d'imbocco

La linea d'imbocco *Nei denti a profilo cicloidale La linea d'imbocco è un arco dell'epicyclo.* Infatti sia m_1 la primitiva ed e l' epicyclo (fig. 125): consideriamo una posizione successiva e' dell'epicyclo cui corrisponde l'arco OM' di epicycloide descritta dal punto O ed il punto O' di tangenza con la primitiva. La normale in M' all'epicycloide e' (per la proprietà dell'epicycloide) la $M'O'$. Durante la rotazione della ruota m_2 il punto M' descrive la circonferenza punteggiata: esso verrebbe a contatto col punto corrispondente del profilo coniugato dell'altra ruota quando (per proprietà di profilo coniugato) la normale condotta per esso al profilo passerebbe per il centro O di istantanea rotazione. Ma la normale condotta per M al profilo epicycloidale e' , come si è detto, la $M'O'$ ed il punto O' verrebbe - durante la rotazione della ruota m - a coincidere con O quando M' verrebbe a coincidere col punto M dell'epicycloide tangente in O alla primitiva.

19.3.2 PROFILO AD EVOLVENTE

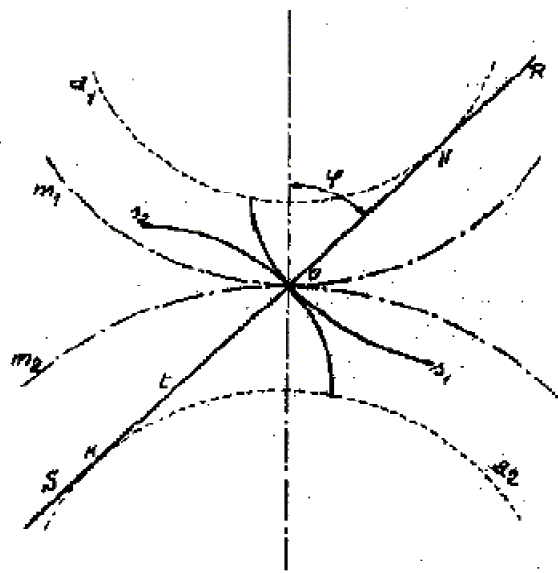


Figura 126: Generazione dei profili ad evolvente

Determinazione dei profili Siano (fig. 126) m_1 ed m_2 le due primitive: assumiamo una retta t tangente a due circonferenze ausiliarie interne alle primitive: tale retta t si chiama retta d'azione. Le traiettorie s_1 ed s_2 descritte da un punto (per es. O) della retta t quando essa si svolge rispettivamente sulle circonferenze ausiliarie a_1 ed a_2 costituiscono due profili coniugati. Cio' risulta evidente

se si considera il moto relativo delle primitive m_1 ed m_2 e se si suppone avvolto sulle ausiliarie un filo inestensibile SR.

Si supponga che sia fissa la m_2 e che la m_1 rotoli su di essa: il punto O del filo mentre questo si svolge sulla a_2 descrive l'evolvente s_2 . Considerando invece fissa la m_1 e mobile la m_2 il punto O descrive l'evolvente s_1 . Ora, queste due evolventi hanno un punto in comune in tutte le loro posizioni perche' sono descritte entrambe dallo stesso punto O ed hanno inoltre la normale comune che e' la retta t passante per il centro di istantanea rotazione O. In conseguenza le due evolventi costituiscono due curve coniugate il cui punto di contatto si sposta sulla retta t.

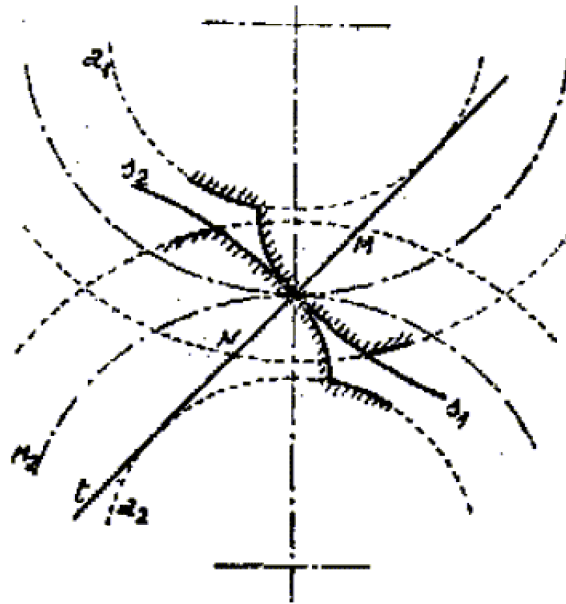


Figura 127: Denti a profilo elicoidale

Possiamo quindi scegliere (figura 127) due archi di tali evolventi limitati dal cerchio di base e dal cerchio di testa per profilare i denti delle ruote compagne: tali profili avranno per linea di imbocco il segmento MN della retta d'azione limitato dai due cerchi di testa. Cio' significa che la direzione della spinta tra i denti (a parte gli attriti) e' diretta per tutta la durata dell'ingranamento secondo la direzione della retta d'azione.

Caratteristica dei profili ad evolvente Una proprieta' dei profili ad evolvente che nella pratica ha importanza notevole e' costituita dal fatto che se la distanza fra gli assi di due ruote compagne e' lievemente maggiore della somma dei raggi delle due primitive (per es. per una imperfezione di montaggio o per usura dei cuscinetti), i due profili seguitano ad essere coniugati. Infatti la normale ai profili nei punti di contatto rimarra' sempre diretta secondo la tangente comune alle due circonferenze ausiliarie le quali non si modificano per il fatto che gli assi delle ruote cambiano la loro posizione relativa, trattandosi di elementi geometrici direttamente coniugati alle sagome dei denti. Cio' significa che i profili rimangono coniugati.

Oltre a cio' la legge di trasmissione del moto non risulta per l'allontanamento degli assi modificata, potendosi scrivere (figura 128), se $r_1 = AO$, $r_2 = OB$, ed essendo il nuovo centro di istantanea rotazione O' , intersezione fra la congiungente i centri e la tangente comune alle ausiliarie:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{BO'}{A'O'} = \frac{BM'}{A'N'} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{r_2 \sin \phi'}{r_1 \sin \phi'} = \frac{r_2}{r_1}$$

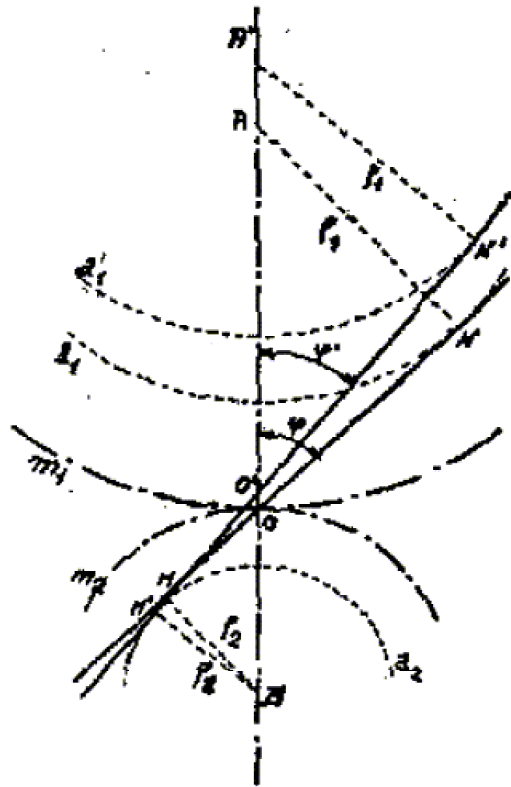


Figura 128: Ruote ad evolvente nel caso di aumentato interasse

Tutto si riduce quindi soltanto ad una piccola variazione dell'angolo di spinta che viene ridotto da ϕ a ϕ' .

Per tale preziosa proprieta', oltre che per la maggiore facilita' di lavorazione (essendo a semplice curvatura) il profilo ad evolvente e' certamente il piu' usato.