18 Trasmissioni

18.1 Generalità

Vediamo quale forma devono avere due corpi rotolanti l'uno sull'altro per trasmettere moto tra due assi comunque disposti nelllo spazio e con legge qualsiasi. Naturalmente data l'enorme generalità del problema ci limiteremo a dare qualche principio generale e a discutere alcuni casi particolari interessanti.

Dati due assi a e b, ci proponiamo di determinare la forma che devono avere i due corpi C_a e C_b, rotanti rispettivamente intorno a tali assi, affinché il loro moto avvenga per continuo contatto di sviluppo, cioè affinché due punti coincidenti delle loro superfici si spostino nella medesima direzione e con la stessa velocità assoluta.

Siano ω_a e ω_b le velocità angolari intorno ai due assi a e b e sia AB la minima distanza tra i detti assi (fig. 116)

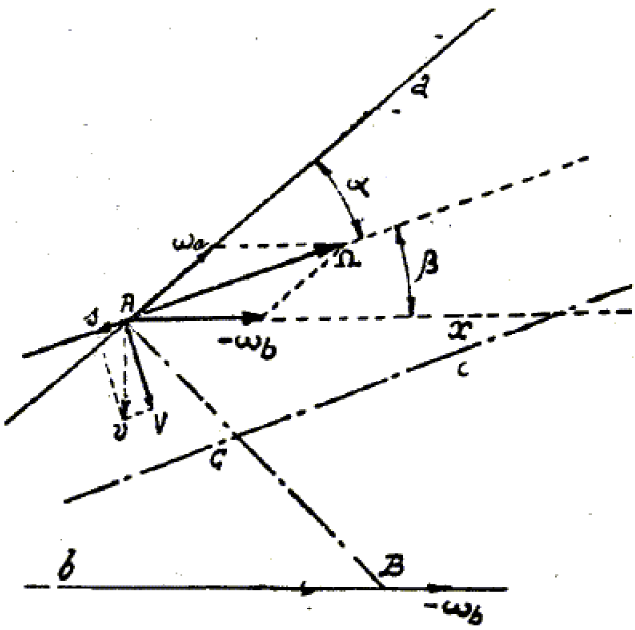

Figura 116: Trasmissione del moto attorno ad assi comunque disposti nello spazio.

Ci proponiamo di dimostrare che: *Il moto relativo dei due corpi C_a e C_b si può in generale ridurre in ciascun istante ad una rotazione intorno ad un asse c e ad uno scorrimento parallelo allo stesso asse.*

Attribuiamo a tutto il sistema la velocità angolare $-\omega_b$ intorno all'asse b: ciò equivale a guardare il moto da un sistema di riferimento solidale al corpo C_b, che ora appare immobile.

Lo stesso risultato si ottiene dando al sistema una rotazione $-\omega_b$ intorno all'asse x parallelo a b e passante per A ed una traslazione in direzione normale ad x di velocità

$$v = \omega_b \overline{\text{AB}}$$

Componiamo le due rotazioni ω_a e $-\omega_b$ intorno agli assi concorrenti a e x nella rotazione risultante di velocità angolare Ω intorno all'asse c' la cui direzione è definita dalla relazione

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \tag{1}$$

Decomponiamo la velocità v di traslazione in due componenti s e V secondo la direzione di c, ossia di Ω e la sua normale

$$s = v\sin\beta$$

$$V = v\cos\beta$$

Componiamola rotazione Ω e la traslazione V in un'unica rotazione di uguale velocià angolare intorno all'asse c parallelo a c' e passante per un punto C di AB tale che sia

$$V = \Omega\overline{\mathrm{AC}}$$

con ciò avremo ridotto il movimento del sistema ad una rotazione Ω intorno a c a ad una traslazione s lungo c, ossia ad un movimento elicoidale relativo all'asse c con velocità Ω e con velocità di scorrimento s.

La direzione e la posizione dell'asse c dipendono dalla posizione degli assi a e b e dalla grandezza, e soprattutto dal verso, delle due velocità angolari ω_a e ω_b. Possiamo infatti scrivere

$$\overline{\mathrm{AC}} = \frac{V}{\Omega} = \frac{v\cos\beta}{\Omega} = \frac{\omega_b\overline{\mathrm{AB}}\cos\beta}{\Omega}$$

Con analogo procedimento si potrenne ottenere:

$$\overline{\mathrm{BC}} = \frac{V}{\Omega} = \frac{v\cos\beta}{\Omega} = \frac{\omega_a\overline{\mathrm{AB}}\cos\alpha}{\Omega}$$

per cui

$$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \frac{\omega_b\cos\beta}{\omega_a\cos\alpha} \tag{2}$$

Se i valori di ω_a e ω_b sono variabili col tempo, varia col tempo la posizione dell'asse elicoidale c e ciascuna delle sue posizioni rappresenterà un asse elicoidale istantaneo. Considerando tale asse c solidale all'asse a (o all'asse b) avremo, per effetto della rotazione ω_a (o ω_b), che il luogo dei successivi assi c verrà a costituire due superfici rigate assoidi che possiamo assumere a rappresentare la forma dei due corpi C_a e C_b rotanti attorno ad a e b.

In tal caso il moto relativo dei due corpi C_a e C_b si riduce ad una rotazione e contemporaneo scorrimento intorno all'asse elicoidale istantaneo lungo il quale si toccano le due superfici assoidi.

Se in particolare il rapporto tra le velocià angolari (rapporto di trasmissione) è costante, le due superfici assoidi diventano due iperboloidi di rivoluzione (fig. 117) generati dalla rotazione della retta c intorno all'asse a e intorno all'asse b.

Si possono distinguere due casi:

1. Se

   $$\alpha = \beta = 0$$

   cioè se gli assi a e b sono paralleli l'asse c risulta parallelo agli altri due: cioè i due iperboloidi di rivoluzione diventano due cilindri a sezione circolare.

   In tal caso la (2) diventa:

   $$\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}} = \frac{\omega_b}{\omega_a} \tag{2'}$$

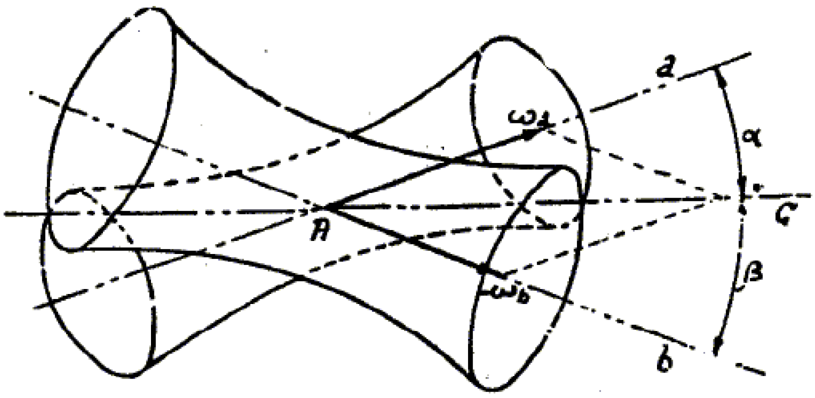

Figura 117: Trasmissione del moto attorno ad assi comunque disposti nello spazio. Caso del rapporto di trasmissione costante.

il che significa che i raggi dei cilindri stanno tra loro nel rapporto inverso delle velocità angolari. Dalle precedenti relazioni risulta anche

$$s = 0$$

cioè il moto relativo si riduce ad un semplice moto di rotazione.

2. Se

$$\overline{\mathrm{AB}} = 0$$

cioè se gli assi a e b sono incidenti , i due iperboloidi diventano due coni a sezione circolare definiti dalla condizione (1). Dalle precedenti relazioni, essendo $v = 0$, risulta anche

$$s = 0$$

cioè anche in questo caso il moto relativo si riduce ad un semplice moto di rotazione senza strisciamento.

La presenza dello strisciamento comporta ovviamente una dissipazione di energia; per questa ragione la trasmissione tra assi sghembi non viene impiegata se non quando la potenza da trasmettere è piuttosto piccola e quindi si può tollerare un piccolo valore del rendimento.