

15.7 FONDI

Si parla ovviamente di fondi solo in recipienti cilindrici, visto che il cilindro è una figura geometricamente indefinita. Inoltre faremo riferimento solo a recipienti per gas ($Q = 0$).

15.7.1 CONSIDERAZIONI GENERALI

In un punto qualsiasi di un recipiente per gas vale la relazione

$$\sigma_m = \frac{pr_n}{2s}$$

in cui $p = p_i - p_e$ o, se si preferisce si può porre per semplicità $p_e = 0$ quindi $p = p_i$.

Dall'equazione di Laplace

$$\frac{\sigma_n}{r_n} = \frac{p}{s} - \frac{pr_n}{2sr_m} = \frac{p}{s} \left(1 - \frac{r_n}{2r_m}\right) \quad (1)$$

Ora, nel cilindro $r_m = \infty$ mentre nel fondo r_m ha valore finito. Nascono perciò due problemi:

1. All'attacco tra cilindro e fondo r_n rimane pressoché costante, mentre r_m per quanto detto varia bruscamente, per cui la σ_n presenta *certamente* una discontinuità.
2. Il valore della σ_n al di là della discontinuità, cioè all'inizio del fondo, può essere negativo, cosa che si verifica se nella (1) risulta $r_n/(2r_m) > 1$.

Poiché fisicamente non ci possono essere discontinuità nelle tensioni, il primo risultato qui illustrato non è vero, ma indica solo che la soluzione membranale non vale, e a rigore occorre tener conto degli sforzi di flessione. Tale trattazione più approssimata non verrà qui svolta; basti dire che la trattazione membranale rimane qualitativamente valida, e anche quantitativamente molto approssimata.

Per quanto riguarda l'insorgere di sforzi di compressione, va detto che questi possono avere per conseguenza la presenza di instabilità.

Dal punto di vista costruttivo conviene che i fondi siano quanto più appiattiti possibile, per ragioni di ingombro. A tal proposito si definisce il rapporto H/R , con H altezza del fondo ed R raggio del recipiente, come grado di appiattimento, mentre il suo reciproco è detto grado di profondità.

15.7.2 FONDI SFERICI

Si calcolano come ordinari recipienti sferici. Per il caso di pressione interna le tensioni principali risultano di trazione in ogni punto; esiste il problema della discontinuità di σ_n in corrispondenza dell'attacco al mantello cilindrico, e questo può essere visto come caso particolare dello stesso problema nel fondo ellittico, ma non esiste il problema dell'insorgere di sforzi di compressione.

Come facile esercizio lo studioso lettore può tracciare l'andamento della σ_n in funzione dell'ascissa curvilinea lungo il recipiente.

15.7.3 FONDI ELLITTICI

Il fondo ellittico è sempre un semisferoide oblato, in quanto deve avere un ingombro minore del fondo sferico. I raggi di curvatura principali sono:

$$r_m = \frac{a^2 b^2}{z^3} \quad r_n = \frac{a^2}{z}$$

con

$$z = \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}$$

essendo θ la colatitudine. Quindi

$$\sigma_m = \frac{pa^2}{2sz}$$

$$\sigma_n = \frac{pa^2}{2sb^2} \cdot \frac{2b^2 - z^2}{z} \quad (2)$$

i cui andamenti sono riportati in fig 82.

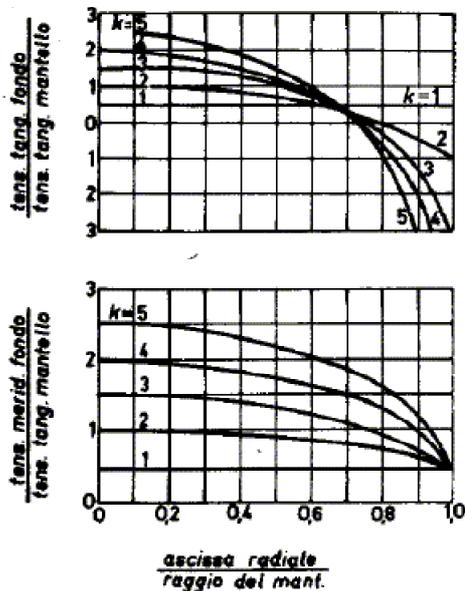


Figura 82: Tensioni nel fondo ellittico ($k = a/b$)

Come si vede dalla (2), la σ_n diventa negativa quando $z > \sqrt{2}b$. Siccome all'equatore dello sferoide, ossia all'attacco col mantello cilindrico si ha $z = a$, nell'intorno di tale zona σ_n sarà negativa se $a/b < \sqrt{2}$, caso quasi sempre verificato in pratica, sempre per ragioni di ingombro del fondo. La presenza di tensioni negative (di compressione) può portare all'instabilità.

Un altro problema che si presenta in questi fondi, ma anche in quelli sferici, è la discontinuità della σ_n nel passare dal fondo al mantello. Infatti, all'equatore dello sferoide

$$\sigma_n = \frac{pa}{2s} \left(2 - \frac{a^2}{b^2} \right)$$

mentre nel cilindro

$$\sigma_n = \frac{pR}{s}$$

e nella maggior parte dei casi questi valori sono diversi e non riconciliabili (in particolare quando uno è positivo e l'altro negativo). Questa discontinuità degli sforzi di membrana viene superata dall'insorgere di sforzi di flessione. Un esempio è data dalla fig. 83

15.7.4 FONDI TOROSFERICI

Qualitativamente si comportano come i fondi ellittici. Si può applicare la formula generale (1) per trovare un limite al raggio r del raccordo torico. Infatti, imponendo che $\sigma_n > 0$, risulta $r_n > 2r_m$;

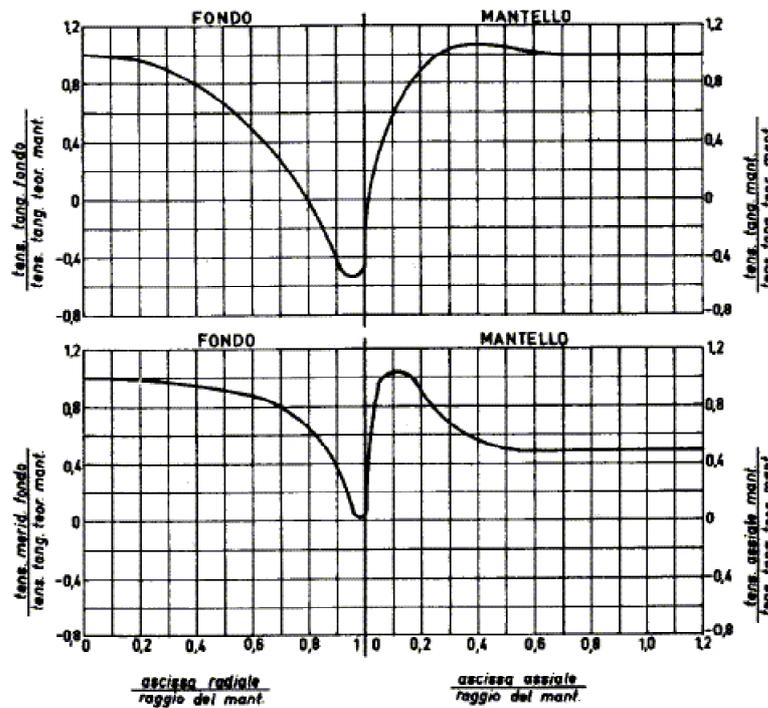


Figura 83: Tensioni nel fondo ellittico con $a/b = 2$ e nel mantello cilindrico, tenendo conto degli sforzi di flessione.

questa condizione, scritta per il punto di raccordo tra toro e cilindro, nel quale $r_n \approx R$ e $r_m = r$ restituisce $r > R/2$, ma tale condizione darebbe luogo ad un fondo troppo 'bombato' per cui si tollera che r sia più piccolo, e quindi che σ_n diventi negativa, purché siano rispettate opportune regole di proporzionamento, come spiegato in seguito.

15.7.5 COSTRUZIONI GRAFICHE PER FONDI TOROSFERICI

Detti: D il diametro del cilindro, r il raggio del raccordo torico, R il raggio della calotta sferica, H l'altezza del fondo, A il punto limite della parte rettilinea del meridiano, si propongono tre costruzioni:

1. Dati D, H, r .

Dal vertice A' si stacca un segmento di lunghezza r fino ad arrivare al punto O' . Si congiunge O' e O_1 , centro del raccordo torico. L'asse del segmento $O'O_1$ interseca l'asse nel punto O , centro della calotta sferica. Vedi figura 84

2. Dati D, H, R .

Dal vertice A' si stacca un segmento di lunghezza R fino ad arrivare al punto O . Si traccia un arco di centro O e raggio R fino ad intersecare il piano parallelo per O nel punto B . Si congiunge B con A e si prolunga fino a intersecare l'arco $A'B$ nel punto O'' . Congiungendo O'' con O si trova O_1 , centro del raccordo torico. Infatti il triangolo O_1AO'' è isoscele sulla base AO'' in quanto simile al triangolo OBO'' . Vedi figura 85

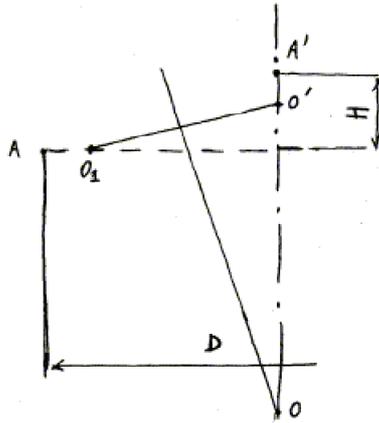


Figura 84: Costruzione di un fondo torosferico dati D, H, r

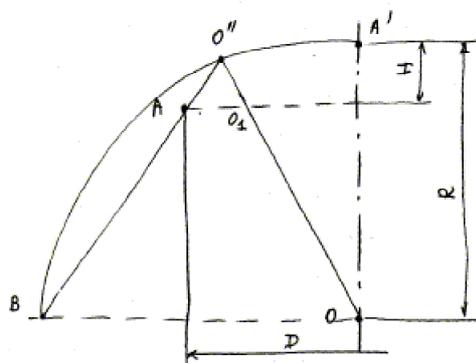


Figura 85: Costruzione di un fondo torosferico dati D, H, R

3. Dati D e H , con l'ulteriore condizione che r/R sia massimizzato.

Si congiunge A e A' e si tracciano le bisettrici dei due angoli $A'AB$ e $AA'B$. Esse si incontrano nel punto O'' , che è il punto di raccordo tra toro e sfera. Da O'' si traccia la normale ad AA' fino ad incontrare l'asse nel centro O della calotta sferica. La costruzione si basa sul fatto che i due triangoli AO_1O'' e $OO''A'$ sono isosceli, come si dimostra facilmente in base ai loro angoli. Vedi figura 86

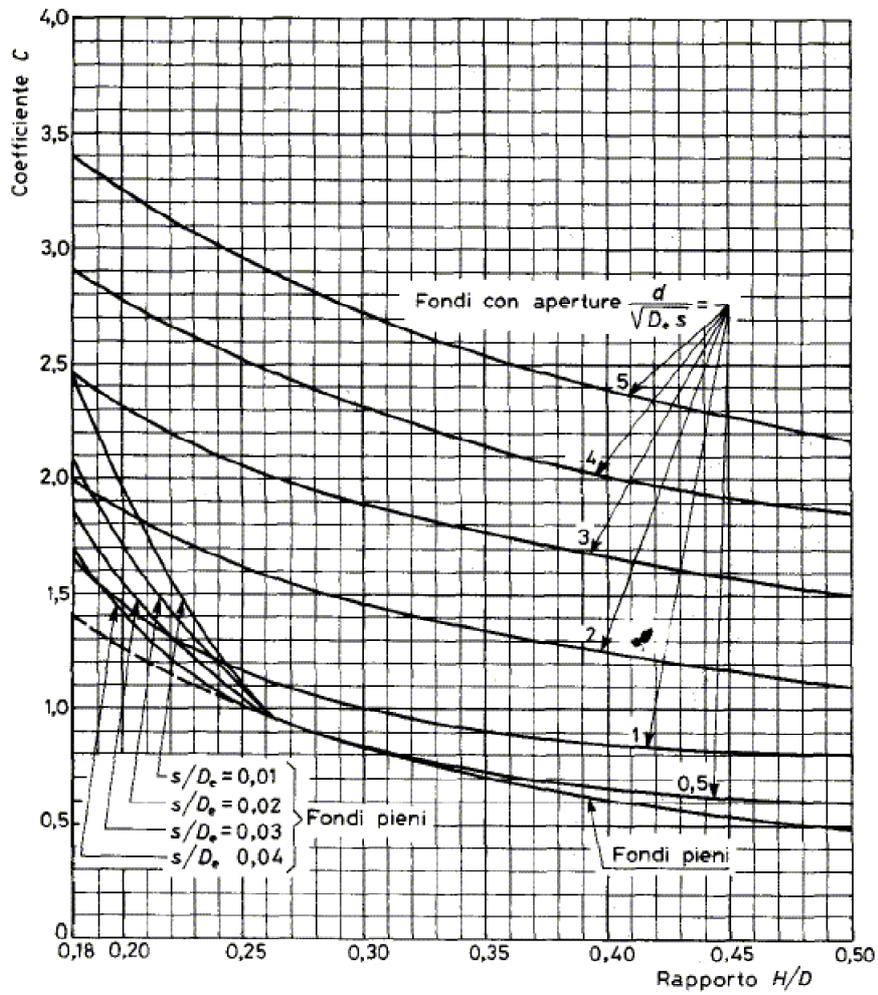


Figura 87: Coefficiente C per il proporzionamento di fondi sferici, ellittici e torosferici, con o senza aperture; d è il diametro massimo dell'eventuale apertura ed s è lo spessore del fondo.

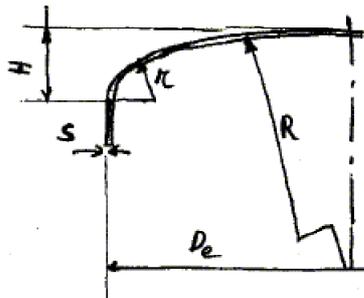


Figura 88: Fondo torosferico