14.3 Recipienti autocerchiati

I recipienti autocerchiati vengono preparati sottoponendoli a plasticizzazione nella zona più interna, poi scaricandoli in modo da creare in essi delle tensioni residue, e infine ponendoli in esercizio con la pressione di lavoro. Questa può giungere fino al valore della tensione di precarico senza che si abbia ulteriore plasticizzazione.

Si supponga che si voglia plasticizzare la zona cilindrica compresa tra il raggio interno r_i e un raggio c e che il materiale sia del tipo elastico - idealmente plastico (ossia che dopo lo snervamento

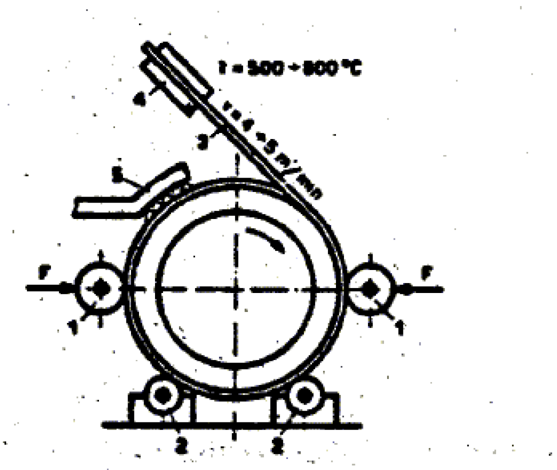

Figura 75: Costruzione di recipienti nastrati. 1 - Rulli di compressione; 2 - Rulli di rotolamento; 3 - nastro di acciaio; 4 - Fornetto elettrico di riscaldo; 5 - Raffreddamento ad aria o ad acqua.

si abbia sempre $\sigma = \sigma_s$) e che valga il criterio di plasticizzazione della massima tensione tangenziale, ossia che nella zona plastica si abbia $\sigma_t - \sigma_r = \sigma_s$.

La zona elastica è caratterizzata da un tensione radiale che al raggio c assume il valore $-p_c$, essendo p_c il valore della pressione esercitata dalla parte elastica sulla parte plasticizzata. Ivi deve essere $\sigma_t - \sigma_r = \sigma_s$ (condizione di incipiente plasticizzazione) e quindi

$$\sigma_t + p_c = \sigma_s. \tag{1}$$

Supponendo che la pressione esterna sia nulla, la tensione tangenziale si calcola con le equazioni di Lamé

$$\sigma_t = p_c \frac{c^2 + r_e^2}{r_e^2 - c^2}$$

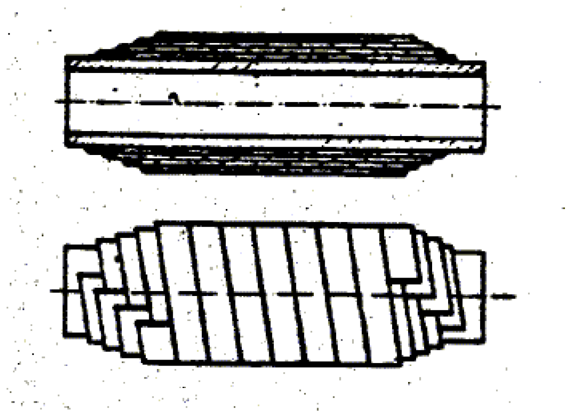

Figura 76: Recipiente nastrato

dalla quale, sostituendo nella (1) si ricava p_c,

$$p_c = \sigma_c \frac{r_e^2 - c^2}{2r_e^2}$$

Il valore massimo di c è r_e e il corrispondente valore di p_c è zero. Queste condizioni corrispondono, in caso di materiale non incrudente, allo scoppio del recipiente, e saranno sfruttate in seguito per ottenere il valore minimo dello spessore.

Nella zona plastica vale l'equazione

$$\sigma_t - \sigma_r = \sigma_s$$

e quella di equilibrio

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_t - \sigma_r}{r} = \frac{\sigma_s}{r}$$

che, essendo a variabili separabili si integra immediatamente

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_s} = \ln \frac{r}{r_0} \tag{2}$$

Particolarizzando per $r = c$, dove $\sigma_r = -p_c$,

$$\frac{-p_c}{\sigma_s} = \ln \frac{c}{r_0},$$

da cui

$$r_0 = ce^{p_c/\sigma_s}, \tag{3}$$

per cui, visto che $e^{p_c/\sigma_s} > 1$, r_0 risulta esterno a c.

La pressione di plasticizzazione, ancora incognita, p_p esercitata sulla parete interna del recipiente si ottiene dalla (2) per $r = r_1$ ricordando che $-p_p = \sigma_r(r = r_i)$:

$$-p_p = \sigma_s \ln \frac{r_i}{r_0}. \tag{4}$$

Allo scarico si producono delle tensioni uguali e opposte a quelle che si avrebbero se la pressione p_p fosse applicata ad un recipiente con le stesse caratteristiche geometriche ma avente un comportamento puramente elastico. Per conseguenza si hanno, in direzione tengenziale, tensioni residue di compressione all'interno e di trazione all'esterno. Esse migliorano lo stato tensionale in fase di esercizio.

Calcoliamo ora lo spessore minimo, ponendoci nelle condizioni limite: identifichiamo la pressione di esercizio p_i con quella di plasticizzazione p_p (mentre deve essere $p_i \leq p_p$), e poniamo $c \approx r_e$ (la condizione $c = r_e$ corrisponde allo scoppio). Ricordiamo inoltre che a $c = r_e$ corrisponde $p_c = 0$. Sostituendo nella (3) si ottiene $r_0 = c = r_e$ e dalla (4)

$$-p_p = \sigma_s \ln \frac{r_i}{r_e}$$

e completando le sostituzioni e riordinando

$$\frac{r_e}{r_i} = e^{p_p/\sigma_s}$$

cioè

$$\frac{s}{r_i} = -1 + e^{p_p/\sigma_s}$$

Tabella 13: Spessori s minimi per vari criteri di resistenza e per recipienti autocerchiati

p/σ_{amm}	s/r_i					
	max tens.	max deformazione senza fondi	max deformazione con fondi	max tau	HHvM	autocer. (max tau)
0.05	0.051	0.052	0.044	0.054	0.046	0.051
0.10	0.106	0.109	0.093	0.118	0.100	0.105
0.15	0.163	0.172	0.148	0.195	0.162	0.162
0.20	0.225	0.241	0.208	0.291	0.237	0.221
0.25	0.291	0.319	0.277	0.414	0.328	0.284
0.30	0.363	0.408	0.355	0.581	0.443	0.350
0.35	0.441	0.511	0.446	0.826	0.594	0.419
0.40	0.528	0.633	0.555	1.236	0.804	0.492
0.45	0.624	0.780	0.686	2.162	1.129	0.568
0.50	0.732	0.964	0.852		1.732	0.649
0.55	0.856	1.204	1.069		3.595	0.733
0.60	1.000	1.541	1.374			0.822
0.65	1.171	2.064	1.851			0.916
0.70	1.380	3.069	2.771			1.014
0.75	1.646	6.810	6.211			1.117
0.80	2.000					1.226
0.85	2.512					1.340
0.90	3.359					1.460
0.95	5.245					1.586
1.00						1.718
1.05						1.858
1.10						2.004

Gli spessori minimi ottenuti con l'applicazione dei vari criteri di resistenza in fase elastica sono riportati nella tabella 13, assieme con gli spessori minimi per recipienti autocerchiati.

Si ripeta ora il ragionamento adottando il criterio di plasticizzazione della massima tensione normale: per essa, nella zona plastica si ha $\sigma_t = \sigma_s$. In quasto caso, al raggio interno c della zona che rimane elastica si ha

$$\sigma_t = \sigma_s = -p_c \frac{c^2 + r_e^2}{r_e^2 - c^2}$$

dalla quale si ricava subito p_c che ovviamente, a parità di c, r_e e σ_s, risulta diversa da quella calcolata col criterio della massima tensione tangenziale.

Nella zona plastica si ha $\sigma_t = \sigma_s$, quindi l'equazione di equilibrio si scrive

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = \frac{\sigma_s - \sigma_r}{r}$$

che si integra immediatamente così:

$$-\frac{d(\sigma_s - \sigma_r)}{\sigma_s - \sigma_r} = \frac{dr}{r}$$

$$-\ln \frac{\sigma_s - \sigma_r}{(\sigma_s - \sigma_r)_0} = \frac{r}{r_0}$$

$$\frac{\sigma_s - \sigma_r}{(\sigma_s - \sigma_r)_0} = \frac{r_0}{r}$$

$$\sigma_s - \sigma_r = \frac{k}{r}$$

$$\sigma_r = \sigma_s - \frac{k}{r}.$$

Il valore di k si trova particolarizzando l'equazione per $r = c$ dove $\sigma_r = -p_c$. Si trova

$$k = c(\sigma_s + p_c).$$

Quindi

$$\sigma_r = \sigma_s - \frac{c}{r}(\sigma_s + p_c).$$

e la pressione interna di plasticizzazione vale

$$p_p = -\sigma_s + \frac{c}{r_i}(\sigma_s + p_c).$$

In questo caso la condizione di spessore minimo, che si ottiene ponendo $c = r_e$, $p_i = p_p$ e $p_c = 0$ si scrive:

$$p_i = \sigma_s \left(-1 + \frac{r_e}{r_i}\right)$$

e quindi ovviamente

$$\frac{s}{r_i} = \frac{p_i}{\sigma_s}$$

ritrovando paradossalmente la formula delle caldaie.