13.2 Formule di progetto e di verifica

Si studia il caso più comune $p_e = 0$; in questo caso la pressione interna p_i sarà indicata con p. Le tensioni nel punto più sollecitato, cioè a $r = r_i$ valgono

$$\sigma_t = p\frac{r_i^2 + r_e^2}{r_e^2 - r_i^2}$$

$$\sigma_r = -p$$

$$\sigma_z = \begin{cases} 0 & \text{per fondi con tiranti} \\ p\frac{r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} & \text{per fondi di pezzo} \end{cases}$$

La più grande delle tensioni è quella tangenziale, seguita da quella assiale e la più piccola è quella radiale (l'unica negativa). Si ottengono varie formule di progetto e di verifica applicando vari criteri di resistenza. Nelle formule precedenti si porrà $k = r_e/r_i$.

1) **Criterio della massima tensione**

$$\sigma_t \leq \sigma_{amm}$$

si scrive

$$p\frac{1 + k^2}{k^2 - 1} \leq \sigma_{amm}$$

che diventa

$$(\sigma_{amm} - p)k^2 - (\sigma_{amm} + p) \geq 0.$$

Siccome k può essere solo positivo la disequazione avrà soluzione solo se

$$\sigma_{amm} - p > 0.$$

L'unico zero positivo del primo membro è la radice del rapporto cambiato di segno tra terzo e primo coefficiente; poiché il primo coefficiente è positivo la disequazione è soddisfatta solo per valori di k maggiori del suddetto zero. Per questo la soluzione è

$$k \geq \sqrt{\frac{\sigma_{amm} + p}{\sigma_{amm} - p}}.$$

2) **criterio della massima deformazione**

$$\sigma_t - \nu(\sigma_r + \sigma_a) \leq \sigma_{amm}.$$

A vantaggio di sicurezza si sceglie σ_a nullo. Perciò il criterio si scrive

$$p\frac{1 + k^2}{k^2 - 1} + \nu p \leq \sigma_{amm}$$

che diventa

$$p(1 + k^2 - \nu + \nu k^2 \leq \sigma_{amm}(k^2 - 1)$$

$$k^2(\sigma_{amm} - (1 + \nu)p) - \sigma_{amm} - (1 - \nu)p \geq 0.$$

Svolgendo considerazioni analoghe a quelle fatte sopra si trova che la soluzione esiste solo se

$$\sigma_{amm} > (1 + \nu)p$$

e vale

$$k \geq \sqrt{\frac{\sigma_{amm} + (1 - \nu)p}{\sigma_{amm} - (1 + \nu)p}}.$$

3) **criterio della massima tensione tangenziale**

$$\sigma_t - \sigma_r \leq \sigma_{amm}.$$

diventa

$$k^2(\sigma_{amm} - 2p) - \sigma_{amm} \geq 0$$

Svolgendo considerazioni analoghe a quelle fatte sopra si trova che la soluzione esiste solo se

$$(\sigma_{amm} > 2p)$$

e vale

$$k \geq \sqrt{\frac{\sigma_{amm}}{\sigma_{amm} - 2p}}.$$

4) **criterio di Hencky-von Mises**

$$\sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_z^2 + \sigma_r^2 - \sigma_t\sigma_z - \sigma_z\sigma_r - \sigma_t\sigma_r} \leq \sigma_{amm}$$

A vantaggio di sicurezza si tratta il caso dei fondi di pezzo ($\sigma_z = p/(k^2 - 1)$). Dopo calcoli un po' noiosi , si ha

$$p\frac{\sqrt{3}k^2}{k^2 - 1} \leq \sigma_{amm}$$

$$k^2(\sigma_{amm} - \sqrt{3}p) - \sigma_{amm} \geq 0$$

La soluzione esiste solo se

$$\sigma_{amm} > \sqrt{3}p$$

e vale

$$k \geq \sqrt{\frac{\sigma_{amm}}{\sigma_{amm} - \sqrt{3}p}}.$$