12.3 Applicazioni

12.3.1 Recipienti per gas

Per essi si trascurano il peso del fluido e quello del recipiente, per cui

$$\sigma_m = \frac{(p_i - p_e)\ r_n}{2\ s}$$

12.3.2 Sfera di raggio R

In essa $r_n = r_m = R$ per cui dalla (2)

$$\sigma_m = \frac{pR}{2s}$$

e, sostituendo nella (1)

$$\sigma_n = \frac{pR}{2s}$$

per cui $\sigma_m = \sigma_n$ cosa che del resto si poteva prevedere anche per considerazioni di simmetria.

12.3.3 Cilindro di raggio R con fondi di pezzo

Ci si limita al solo studio della porzione cilindrica. Per essa $r_m = \infty, r_n = R$. In questo caso le due equazioni (1) e(2) sono disaccoppiate e posono essere risolte separatamente.

dalla (1)

$$\sigma_n = \frac{pR}{s} \qquad \text{(formula delle caldaie)}$$

dalla (2)

$$\sigma_m = \frac{pR}{2s} = \frac{\sigma_n}{2}.$$

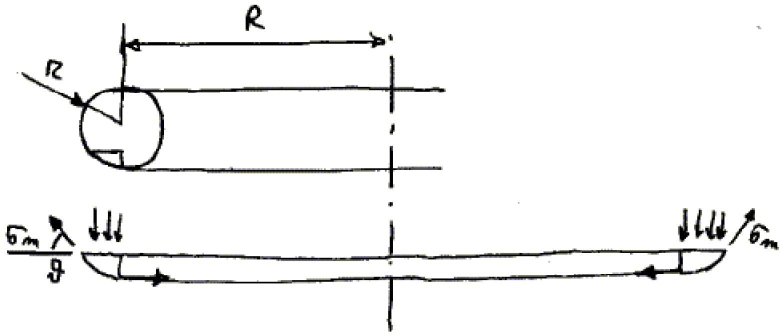

Figura 69: Equilibrio del recipiente torico: a) notazioni geometriche; b - equilibrio di un elementino.

12.3.4 Recipente torico

Sia dato il recipiente di fig. 69a, e se ne prelevi un elemento di rotazione come in fig. 69b. Si imponga l'equilibrio alla traslazione verticale

$$p\pi(r_p^2 - R^2) = \sigma_m \sin\theta \; 2\pi r_p s$$

da cui

$$\sigma_m = \frac{p}{2}\frac{r_p^2 - R^2}{r_p s \sin\theta} = \frac{p}{2}\frac{r(r_p + R)}{r_p s}.$$

Facendo intervenire la (1)

$$\sigma_n = r_n\left(\frac{p}{s} - \frac{\sigma_m}{r_m}\right) = \frac{r_p}{\sin\theta}\left(\frac{p}{s} - \frac{p}{2s}\frac{r_p + R}{r_p}\right) = \frac{r_p}{\sin\theta}\frac{p}{s}\left(1 - \frac{r_p + R}{2r_p}\right) = \frac{r_p}{\sin\theta}\frac{p}{s}\frac{2r_p - r_p - R}{2r_p} = \frac{pr}{2s}$$

Siccome questa coincide con la tensione meridiana dei tubi cilindrici si può adoperare questa soluzione per lo studio dei gomiti.

12.3.5 Serbatoio conico per liquidi

Definizioni figura 70:

- α è l'angolo di semiapertura del cono.
- la colatitudine è: $\theta = 90° - \alpha$
- H è l'altezza del liquido rispetto al vertice del cono.
- h è l'altezza della sezione studiata rispetto al vertice del cono.
- ρ è la densità del liquido.
- $r_m = \infty$
- $r_n = h\tan\alpha / \cos\alpha$

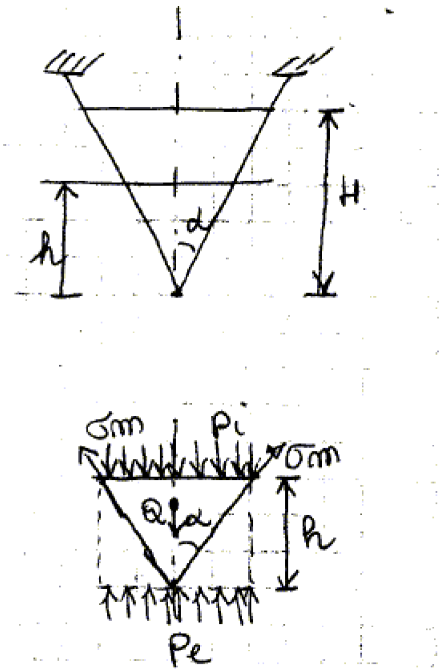

Figura 70: Recipiente conico per liquidi

Essendo $1/r_m = 0$, le due equazioni, di equilibrio locale e di equilibrio globale, sono disaccoppiate.

La σ_m si calcola mediante l'equilibrio (globale) della parte di recipiente al di sotto dell'altezza h. La σ_n mediante l'equazione di equilibrio locale.

1) per punti posti al di sotto del pelo libero

Nell'equazione di equilibrio globale, prendendo positive le forze verso l'alto si ha:

$$(-p_i + p_e)\pi r_p^2 + \sigma_m \cdot 2\pi r_p \cdot s \cdot \cos\alpha - Q = 0$$

in cui

$$p_i - p_e = \rho g(H - h)$$

$$Q = \frac{1}{3}\pi r_p^2 h\rho g$$

per cui

$$\sigma_m = \frac{\rho g h(H - \frac{2}{3}h)\tan\alpha}{2s\cos\alpha}$$

Per l'equilibrio locale:

$$\sigma_n = \frac{\rho g h(H - h)\tan\alpha}{s\cos\alpha}$$

2) per punti posti al di sopra del pelo libero L'equazione di equilibrio globale è:

$$\sigma_m \cdot 2\pi r_p s\cos\alpha - Q = 0$$

in cui

$$Q = \frac{1}{3}\pi r_{p,max}^2 H\rho g$$

in cui $r_{p,max}$ è il raggio del parallelo corrispondente al livello del liquido. Il risultato è:

$$\sigma_m = \frac{\rho g \frac{H^3}{3} \tan\alpha}{2hs\cos\alpha}$$

Dall'equazione di equilibrio locale:

$$\sigma_n = 0$$

Uguagliando a zero le derivate rispetto ad h, si trova che σ_n è massimo per $h = H/2$ e vale ivi:

$$\sigma_n(H/2) = \frac{1}{4}\rho g H^2 \frac{\tan\alpha}{s\cos\alpha}$$

Invece σ_m è massimo per $h = 3H/4$ e vale ivi:

$$\sigma_m(3H/4) = \frac{3}{16}\rho g H^2 \frac{\tan\alpha}{s\cos\alpha}$$

L'andamento di σ_m e σ_n con h è mostrato in fig. 71

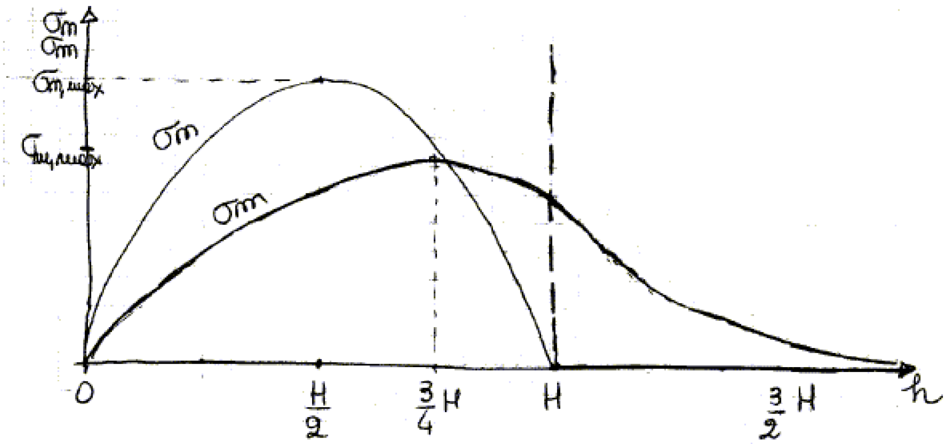

Figura 71: Tensioni nel recipiente conico per liquidi