

11.4 PROPAGAZIONE DELLE CRICCHE DI FATICA

La formazione delle cricche di fatica è ancora argomento non del tutto compreso; si ritiene che alcuni grani posti sulla superficie del pezzo possano essere in condizioni più sfavorevoli di altri, a causa della particolare orientazione del loro reticolo cristallino, sicché diventano sede di numerosi movimenti di dislocazioni che portano allo slittamento di interi piani cristallini rispetto ai piani vicini.

Questi movimenti provocano delle irregolarità superficiali con formazione di sporgenze e rientranze, nelle quali ultime si origina la cricca per effetto d'intaglio.

Comunque, la durata della fase iniziale, detta di *nucleazione* non può essere prevista e da questo nasce la forte dispersione delle durate delle prove a fatica; invece la fase seguente, detta di *propagazione*, è del tutto deterministica (fig 65).

La propagazione della cricca di fatica è una propagazione stabile, detta così per differenziarla dalla propagazione instabile studiata in meccanica della frattura. La crescita della cricca è energeticamente sfavorita e può avvenire solo per la presenza delle forze esterne variabili, dal lavoro delle quali viene prelevata l'energia necessaria.

La cricca in assenza di forze è chiusa; quando le forze sono di trazione si allarga e si arrotonda all'apice senza allungarsi; quando la forza diventa di compressione si richiude allungandosi.

Tra le varie leggi proposte per prevedere la crescita della cricca di fatica, la più semplice è la legge di Paris

$$\frac{\Delta a}{\Delta N} = C \Delta K^m$$

in cui

Δa è la crescita della cricca dopo ΔN cicli

ΔK è la variazione del fattore di intensità degli sforzi a causa della sollecitazione di fatica,

$$\Delta K = K_{max} - K_{min}$$

C e m sono costanti che dipendono solo dal materiale.

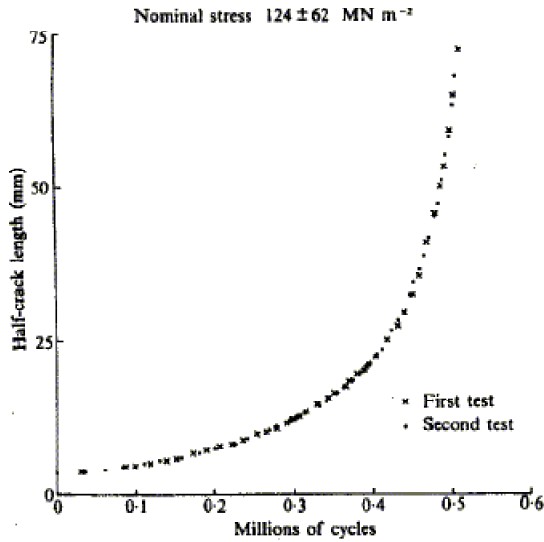


Figura 65: Crescita della cricca di fatica per due provini di acciaio 18/8 austenitico in lastre, testati a 124 ± 62 MPa. Da Frost, 1959.

La crescita stabile della cricca prosegue fino al raggiungimento della condizione di instabilità predetta dalla meccanica della frattura, dopo di che si ha la rottura di schianto.

La forma più comoda della legge di Paris è

$$\frac{\Delta a}{\Delta N} = A \left(\frac{\Delta K}{\Delta K_0} \right)^m$$

Dove ΔK_0 è il valore di ΔK per cui si raggiunge la velocità di propagazione A . Nella tabella sono dati i valori di ΔK_0 per $A = 10^{-6}$ mm ciclo $^{-1}$. Secondo Tanaka e Matsuoka (1977) per tutti i materiali ferrosi si possono utilizzare i valori $A = 2.35 \times 10^{-4}$ mm ciclo $^{-1}$ e $\Delta K_0 = 36$ MPa m $^{1/2}$; resterebbe così da conoscere il solo valore di m . Si veda la tab. 11.

La legge di Paris può essere trattata come una ordinaria equazione differenziale se si vuole la legge di crescita della cricca col numero di cicli. Si ha

$$\frac{da}{dN} = A \frac{\Delta K^m}{\Delta K_0^m} = A \frac{(\sigma_{max} - \sigma_{min})^m}{\Delta K_0^m} f^m a^{m/2}$$

dove f è un fattore numerico (vale ad esempio $\sqrt{\pi}$ per la lastra piana con fessura passante). Separando le variabili e integrando tra a_0 e a , cui corrisponde $N = 0$ e N

$$N = \frac{a^{-\frac{m}{2}+1} - a_0^{-\frac{m}{2}+1}}{\left(-\frac{m}{2} + 1\right)} \frac{\Delta K_0^m}{A(\sigma_{max} - \sigma_{min})^m f^m}$$

questa formula è valida per $m \neq 2$; nel caso fosse $m = 2$ non è difficile arrivare a

$$N = \frac{\Delta K_0^2}{A(\sigma_{max} - \sigma_{min})^2 f^2} \ln \frac{a}{a_0}$$

Se le curve di propagazione sono riportate in funzione di $\Delta K/E$ esse risultano molto vicine (fig 66; tale correlazione è importante per supplire alla cronica mancanza di dati sperimentali.

Tabella 11: Coefficienti della legge di Paris. Da Pook, 1975.

Material	Tensile strength (MN/m ²)	0.1 or 0.2 per cent proof stress (MN/m ²)	R	m	ΔK for $da/dN = 10^{-6}$ mm/c. (MN/m ^{3/2}) 10⁻⁶	
Mild steel	325	230	0.06-0.74	3.3	6.2	
Mild steel in brine*	435	-	0.64	3.3	6.2	
Cold rolled mild steel	695	635	0.07-0.43	4.2	7.2	
			0.54-0.76	3.5	6.4	
			0.75-0.92	6.4	5.2	
			0	-0.73	3.3	3.1
Low alloy steel*	680					
Martens steel*	2070					
18/8 Austenitic steel	665	195-255	0.33-0.43	3.1	6.3	
Aluminium	125-155	95-125	0.14-0.87	2.9	2.9	
5% Mg Aluminium alloy	310	180	0.30-0.69	2.7	1.6	
HS30W Aluminium alloy (1% Mg, 1% Si, 0.7% Mn)	365	180	0.30-0.71	3.4	1.9	
HS30WP Aluminium alloy (1% Mg, 1% Si, 0.7% Mn)	310	245-280	0.25-0.43	3.9	2.6	
			0.30-0.78	4.1	2.15	
L71 Aluminium alloy (4.5% Cu)	480	415	0.14-0.46	3.7	2.4	
L73 Aluminium alloy (4.5% Cu)	435	370	0.50-0.88	4.4	2.1	
DTD 687A Aluminium alloy (3.5% Zn)	540	495	0.20-0.45	3.7	1.75	
			0.30-0.78	4.2	1.8	
			0.82-0.94	4.8	1.45	
ZW1 Magnesium alloy (0.5% Zr)	250	165	0	3.35	0.94	
AM503 Magnesium alloy (1.5% Mn)	200	107	0.5	3.35	0.69	
			0.67	3.25	0.65	
			0.78	3.35	0.57	
Copper	215-310	26-313	0.07-0.82	3.9	4.1	
Phosphor bronze*	370		0.33-0.74	3.9	4.3	
60/40 brass*	325		0	-0.33	4.0	
			0.51-0.72	3.9	4.3	
Titanium	555	440	0.08-0.94	4.4	3.1	
5% Al Titanium alloy	835	735	0.17-0.86	3.8	3.4	
15% Mo Titanium alloy	1160	995	0.18-0.71	3.5	3.0	
			0.81-0.94	4.4	2.75	
Nickel*	430		0	-0.71	4.0	
Monel*	525		0	-0.67	4.0	
Inconel*	630		0	-0.71	4.0	

*Data of limited accuracy obtained by an indirect method.

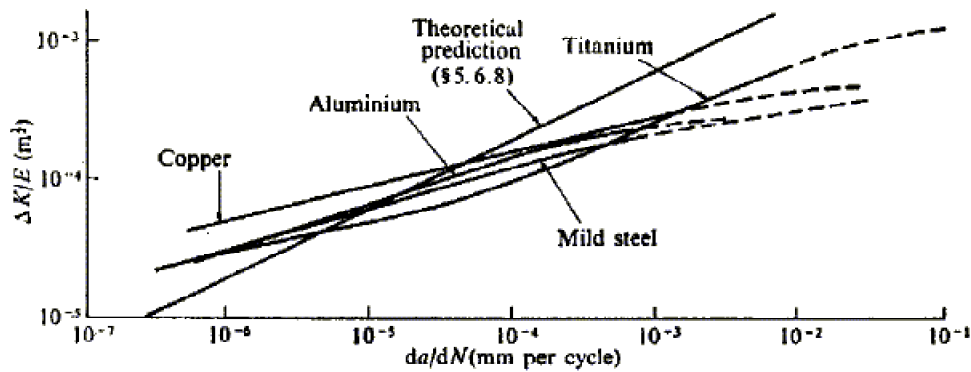


Figura 66: Correlazione di curve di propagazione sulla base di $\Delta K/E$. Da Frost, Pook and Denton,

La legge di Paris non è rigorosamente valida. Infatti per valori di ΔK minori di un valore di soglia ΔK_{th} la propagazione non avviene. Valori di ΔK_{th} per vari materiali sono riportati in tab. 12.

Tabella 12: Valori di ΔK_{th} . Da Pook, 1975.

Material	Tensile strength (MN/m ²)	R	ΔK_{th} (MN/m ^{3/2})
Mild steel	430	-1	6.4
		0.13	6.4
		0.33	5.2
		0.49	4.3
		0.64	3.2
Mild steel at 300°C	480	0.75	3.8
		-1	7.1
		0.23	6.0
Mild steel in brine	430	0.33	5.8
		-1	-2.0
Mild steel in brine with cathodic protection	430	0.64	1.15
		0.64	3.9
Mild steel in tap water or SAE30 oil	430	-1	7.3
Low alloy steel	835	-1	6.3
	680	0	6.6
		0.33	5.1
		0.50	4.4
		0.64	3.3
		0.75	2.5
		-1	7.1
NiCrMoV steel at 300°C	560	0.23	5.0
		0.33	5.4
		0.64	4.9
		0.67	2.7
Maraging steel	2010	-1	6.0
	685	-1	6.0
18/8 Austenitic steel	665	0	6.0
		0.33	5.9
		0.62	4.6
		0.74	4.1
Grey cast iron	255	0	7.0
		0.50	4.5

Invece, per valori molto grandi di ΔK può accadere che il K_{max} sia maggiore del K_{Ic} e in questo caso si ha ovviamente l'inizio della propagazione instabile con conseguente rottura istantanea del pezzo. La condizione di sicurezza

$$K_{max} < K_{Ic}$$

implica naturalmente che

$$K_{min} < RK_{Ic}$$

quindi

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} < (1 - R)K_{Ic}$$

Il valore $(1 - R)K_{Ic}$ è perciò un limite per ΔK .

Per tenere conto dei due limiti, inferiore e superiore, della legge di Paris, sono state proposte leggi più complete, tra le quali sono utilizzate le seguenti:

- legge di Forman

$$\frac{da}{dN} = \frac{C\Delta K^n}{(1 - R)K_{Ic} - \Delta K}$$

che tiene conto solo del limite superiore della propagazione,

- Legge di Collipriest-Walker

$$\log \frac{da}{dN} = C_1 + C_2 \arctan \left(\frac{\log(K_{Ic}K_{th}/(K_{max}(1 - R)^m)^2)}{\log(K_{Ic}/K_{th})} \right)$$

che tiene conto di entrambi i limiti ma che è, come si vede, piuttosto complessa.

Nelle leggi precedenti i parametri C , n , C_1 , C_2 e m devono essere determinati sperimentalmente.