11.3 Resistenza a fatica (vita finita)

ovvero calcolo della vita a fatica.

Riguarda i carichi per i quali si prevede una vita finita; si tratta in effetti di prevedere la durata attesa di un organo soggetto a carichi di fatica. Questa impostazione è obbligatoria per i materiali che non presentano un limite di fatica.

La chiave di questo procedimento è il calcolo del numero di cicli che portano a rottura il pezzo sotto l'azione di un certo carico, qualora questo sia superiore a quello corrispondente al limite di fatica.

Si consideri innanzitutto il caso di **mancanza di precarico** (ciclo alterno simmetrico) e si parta da un'approssimazione al diagramma di Wöhler, che si ottiene ammettendo che la durata sia di 10^3 cicli per $\sigma_a = 0.8\sigma_R$ e di 10^6 cicli per $\sigma_a = \sigma_{La}$. Oltre i 10^6 cicli la curva del Wöhler diventa una retta orizzontale. La prima parte di tale diagramma semplificato ($N < 10^3$) è quello relativo alla fatica oligociclica che qui non sarà trattata, la seconda ($10^3 < N < 10^6$) è quella della resistenza a durata e la terza ($\Delta\sigma < \Delta\sigma_a$) è quella della resistenza a fatica infinita.

La curva del Wöhler relativamente al tratto della resistenza a durata è espressa dalla formola

$$\sigma_0 = \frac{(0.8\sigma_R)^2}{\sigma_{La}} N^b$$

ovvero

$$N = \left(\frac{\sigma_0 \sigma_{La}}{(0.8\sigma_R)^2} \right)^{1/b} \tag{6}$$

essendo

$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{0.8\sigma_R}{\sigma_{La}}.$$

Se il materiale non presenta limite di fatica si può per esempio prendere le ampiezze di carico corrispondenti a 10^3 e 10^6 cicli e scrivere

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_{10^3}^2}{\sigma_{10^6}} N^b$$

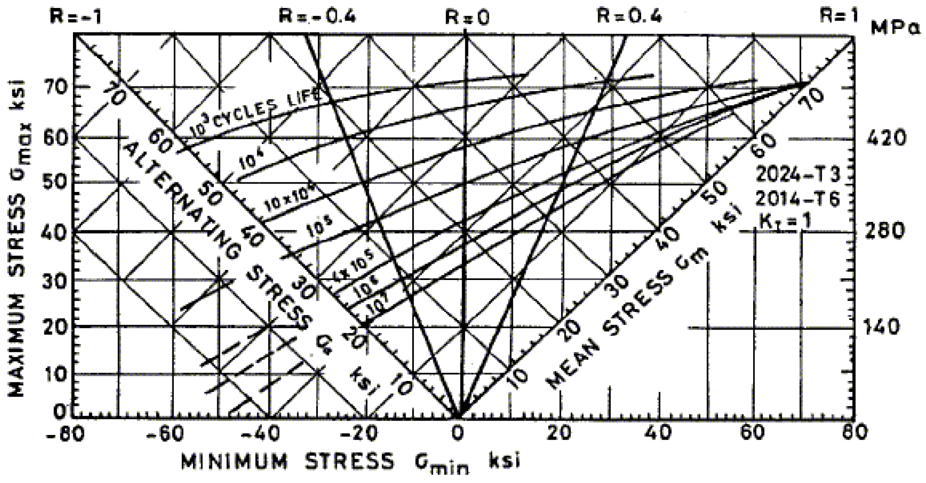

Figura 63: Diagramma di Haigh Soderberg per acciai 2024-T3, 2024-T4 e 2014-T6, provini non intagliati. $\sigma_R = 75$ ksi, $\sigma_s = 52$ ksi per il 2024 e 63 ksi per il 2014. Carico assiale.

ovvero

$$N = \left(\frac{\sigma_0 \sigma_{10^6}}{\sigma_{10^3}^2}\right)^{1/b} \tag{6'}$$

essendo

$$b = -\frac{1}{3}\log\frac{\sigma_{10^3}}{\sigma_{10^6}}.$$

Se il pezzo è **sottoposto a precarico** la σ_0 si calcola in funzione del precarico e dell'ampiezza usando il diagramma di Haigh Soderberg. In esso (fig 62), nella zona superiore a quella della retta relativa al limite di fatica si tracciano tante curve, che nella consueta approssimazione diventano rette, che passano per il punto R di coordinate $(\sigma_R, 0)$. Quindi per ogni condizione di carico che è rappresentata dal punto Q di coordinate (σ_m, σ_a), si traccia la retta QR e si prolunga fino all'asse verticale nel punto N di ordinata σ_0. Questa rappresenta il carico alterno simmetrico che equivale al carico dato nel senso che dà luogo alla medesima durata.

Scrivendo l'equazione segmentaria della retta RQN si ha

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_R} + \frac{\sigma_a}{\sigma_0} = 1,$$

che, in presenza dei fattori che influenzano la fatica diventa

$$\frac{K_s \sigma_m}{\sigma_R} + \frac{K_f \sigma_a}{C_D C_S \sigma_0} = 1 \tag{7}$$

Si ricorda che in tutte queste espressioni l'incognita è la σ_0 che poi va introdotta nella (6) per trovare N.

La procedura precedente risulta grandemente semplificata se si hanno diagrammi sperimentali del tipo di quelli di figg. 63 e 64.

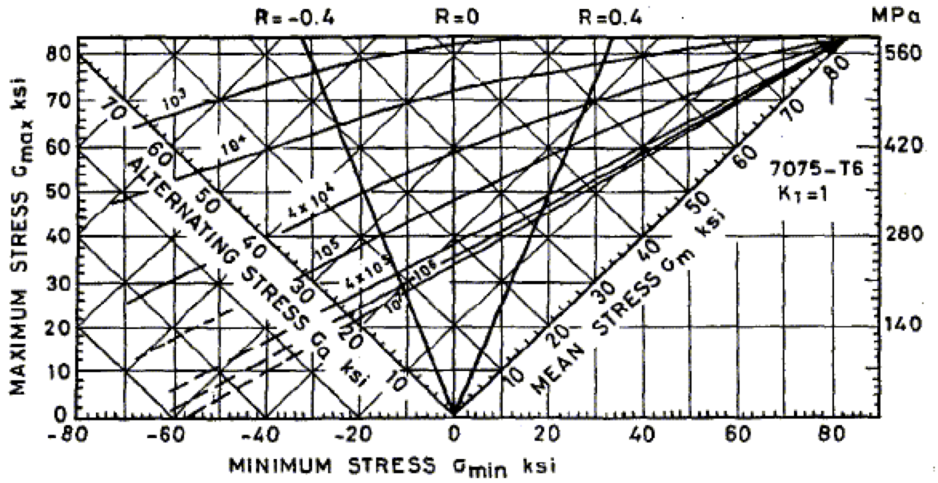

Figura 64: Diagramma di Haigh Soderberg per acciaio 7075-T6, provini non intagliati. $\sigma_R = 82$ ksi, $\sigma_s = 70$ ksi

11.3.1 Esempio

Sia dato un organo di macchine realizzato in materiale duttile con

$$\sigma_R = 600 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{La} = 300 \text{ MPa}$$

$$K_f = 1.8$$

$$C_D = C_S = 0.9$$

sottoposto a carico di fatica con

$$\sigma_m = 200 \text{ MPa}$$

$$\sigma_a = 100 \text{ MPa}$$

Allora, dalla (7)

$$\sigma_0 = \frac{K_f \sigma_a}{C_D C_S} \frac{1}{1 - \sigma_m / \sigma_R} = 333\text{MPa}$$

ed, essendo, $b = -0.068$, si ha $N = 217000$.

11.3.2 Esercizio: albero in flessione rotante

Risulta :

$$D = \left[\frac{32 M_f K_f \sigma_{La}}{\pi (0.8 \sigma_R)^2} N^b \right]^{1/3}$$

Se la progettazione è fatta a limite di fatica basta porre $N = 10^6$.

11.3.3 Fatica cumulativa

Nello studio della resistenza a fatica finita si tiene spesso conto della presenza di cicli con caratteristiche diverse, per esempio con diverso σ_a e σ_m. Se un pezzo è sottoposto a n_1 cicli con σ_{m1} e σ_{a1} ai quali corrisponde una vita totale N_1, poi a n_2 cicli con σ_{m2} e σ_{a2} ai quali corrisponde una vita totale N_2 eccetera, il pezzo si rompe o no a seconda che la somma

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \cdots + \frac{n_m}{N_m}$$

sia maggiore o minore di 1. Questa regola è detta di Palmgren-Miner o dell'accumulo lineare del danno di fatica.

La regola di Palmgren-Miner viene scritta anche in termini di carico equivalente; se la (6) si scrive facendo comparire l'ampiezza di carico si ha:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \propto \sum \sigma_{0i}^{-1/b} n_i = \sigma_{eq}^{-1/b} \sum n_i$$

σ_{eq} è quell'ampiezza di tensione che procura lo stesso danno dei blocchi di carico effettivi. Sia ha in definitiva

$$\sigma_{eq} = \sqrt[m]{\frac{\sum \sigma_{0i}^m}{\sum n_i}}$$

con $m = -1/b$. Nel caso di precarico non nullo la σ_0 si calcola con la (6) o la (7).